Disciplina(s)

Lista 2

Data da lista:	06/05/2026 e 08/05/2026
Preceptor(a):	Otávio Marques Neves da Silva
Curso(s) atendido(s):	Estatística
Orientador(a):	Douglas Toledo Batista

Exercício 1. Considere o seguinte experimento realizado em duas etapas: primeiro escolhe-se um ponto x uniformemente em {0, 1, ...,10}; em seguida, escolhe-se um ponto uniformemente no conjunto {-x, -x+1, ..., 0, ..., x-1, x}. Seja (X, Y) o resultado do experimento. Determine:

a) a distribuição de probabilidade de (X, Y)
b) a distribuição marginal de Y
c) X e Y são independentes?

Exercício 2. Sejam X e Y duas variáveis aleatórias e f e g duas funções quaisquer. Mostre que, se X e Y são independentes, então

$$E(g(X)f(Y)) = E(g(X))E(f(Y))$$

Exercício 3. Verifique:

a) $Cov(X,Y) = Cov(Y,X)$;
b) $Cov(X,X) = Var(X)$;
c) $Cov(aX,Y) = Cov(X,aY) = aCov(X,Y), a \in \mathbb{R}$
d) Conclua que $Cov(aX,bY) = abCov(X,Y), a, b \in \mathbb{R}$

,

Exercício 4. Sejam X e Y duas variáveis aleatórias contínuas cuja função densidade de probabilidade conjunta é definida como:
$f(x,y) = cy^2$ para $0 \leq x \leq 2$ e $0 \leq y \leq 1$, e $f(x,y) = 0$ caso contrário. Determine:

a) O valor da constante c
b) $P(X + Y > 2)$;
c) $P(X > 1)$;
d) $P(X < Y)$;
e) $P(X = 2Y)$.

Exercício 5. As variáveis aleatórias X e Y têm distribuição conjunta dada por:
$f(x,y) = \frac{1}{8}x(x-y), 0 < x < 2, -x < y < x$, e igual a zero caso contrário.

a) Esboce o gráfico da região do plano em que $f(x,y) > 0$.
b) Verifique que $\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} f(x,y)\,dx\,dy = 1$.
c) Encontre as densidades marginais de X e Y.

Exercício 6. Calcule a covariância entre as variáveis aleatórias X e Y se a função densidade conjunta de X e Y é dada por:
$f(x,y) = \frac{2}{x}e^{(-2x)}, x \geq 0, 0 \leq y \leq x$, e $f(x,y) = 0$ caso contrário.

Exercício 7. Quando uma corrente I (em ampères) passa por através de uma resistência R (em ohms), a potência gerada (em watts) é dada por $W = RI^2$. Suponha que I e R são variáveis aleatórias independentes com densidades $f_I(x) = 6x(1-x)$ e $f_R(x) = 2x$ para $0 \leq x \leq 1$ e zero no complementar. Determine:

a) A função densidade de W;
b) A esperança de W;
c) A probabilidade de que a potência gerada, sob essas condições, seja maior que $\frac{1}{2}$.

Exercício 8. A intensidade luminosa em dado ponto é dada pela expressão $I = \frac{C}{D^2}$, onde C é o poder luminoso da fonte de luz e D é a distância desse ponto à fonte. Suponha que C seja uniformemente distribuída em (1,2) e que D seja uma variável aleatória com densidade $f(d) = e^{-d}$ para $d \geq 0$. Determine a densidade de I, admitindo independência entre C e D.

Exercício 9. Sejam X e Y independentes identicamente distribuídas com distribuição normal padrão. Ache a distribuição de (U,V), onde $U = X^2 + Y^2$ e $V = \frac{X}{Y}$. Neste caso, U e V são independentes?